

# Finanzmathematik I

## Die Idee von Gauss

Eine Anekdote aus dem 3. Jahr der Volksschulzeit von Carl Friedrich Gauss (1777-1855) : Sein damaliger Lehrer J. G. Büttner bestrafte den wilden jungen Carl mit der Aufgabe, alle Zahlen von 1 bis 100 zu addieren – wenn er wirklich alle Zahlen nacheinander addiert hätte, wäre Carl ein Weilchen beschäftigt gewesen. Doch er brachte die richtige Lösung schon nach wenigen Minuten....

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 = 5050$$

Wie hat er es gerechnet? Er hat die Summe in umgekehrter Reihenfolge darunter geschrieben und die beiden zusammengezählt:

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 \\ 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1 \\ \hline 101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101 + 101 \end{array}$$

DIESE GENIALE IDEE FUNKTIONIERT NUR WENN:  
**JEDER SCHRITT IN DER SUMME IST GLEICH GROSS !!!**

Eine Folge von Zahlen mit dieser Eigenschaft (jeder Schritt ist gleich gross), heisst *arithmetische Folge*.

## Aufgaben

- (1) Berechne mit dieser Idee die Summe von 1 bis 1000.
- (2) In einem grossen Konzertsaal hat die erste Sitzreihe 30 Plätze, die zweite 32, die dritte 34 und so weiter immer zwei Plätze mehr bis zur letzte Reihe mit 100 Plätzen.
  - (a) Wie viele Sitzreihen hat dieser Konzertsaal?
  - (b) Wie viele Plätze hat es im Saal?
- (3) Ein Philatelist entdeckt den Briefmarkenautomaten bei der Post. Dieser Automat nimmt Münzen (-.05, -.1, -.2, -.5, 1.-, 2.- und 5.-) bis zu einem maximalen Betrag von 9.95. Man wirft das Geld ein und drückt den grünen Knopf, dann druckt der Automat die entsprechende Briefmarke. Dieser Automat kann also alle Marken von 0.05 bis 9.95 in Fünfrappen-Schritten drucken. Unser Freund möchte für seine Sammlung diese vollständige Kollektion und macht sich sofort an die Arbeit.
  - (a) Wie viele verschiedene Marken kann dieser Automat drucken?
  - (b) Was ist der Wert dieser Markensammlung.
  - (c) Wie viele von welchen Münzen braucht es, wenn wir immer die grösstmöglichen Münzen einwerfen? (Achtung bei den Zwänzgi und bei den Zweifränkern !)

## Unterjährige Anlagen

Unterjährige Anlagen werden pro rata verzinst, das heisst entsprechend dem zeitlichen Anteil des Jahres. Zum Beispiel, wenn Geld ein Trimester ( $\frac{1}{4}$  Jahr) bei einem Jährlichen Zinssatz  $i$  angelegt wird, so beträgt der Zins  $\frac{1}{4}$  von  $i$ .

## Aufgaben

- (4) Für diese Aufgaben ist jeder Monat  $\frac{1}{12}$  des Jahres und der Zinssatz  $i = 2\%$  p.a gilt für alle Währungen.
- (a) Goretí Rodrigues Costa legt CHF4'200.- für ein Trimester an, wie viel Zins bekommt sie?
  - (b) Ulrich Abgottspon legt CHF885.- für 10 Monate an, wie viel Zins bekommt er?
  - (c) Suniti Sugaya legt jeweils Anfang Monat ¥30000 auf ihr Sparkonto. Wie viel Geld liegt nach der Zinsgutschrift Ende Jahr auf diesem Konto?
  - (d) Wie viel Geld hätte Frau Sugaya Ende Jahr auf ihrem Konto, wenn sie ihre Spareinlagen jeweils am letzten Tag des Monats eingezahlt hätte?
  - (e) Mosta Guerilovska hatte am 1.1.2019 €120'000 auf ihrem Konto. Wie viel Zins wurde ihr Ende Jahr gutgeschrieben?
  - (f) Frau Guerilovska bezog am 1.1.2020 €4800. Wie viel wird sie Ende Jahr nach der Zinsgutschrift auf ihrem Konto haben?
  - (g) Hiro Lokito wird Ende 2020 mit der Zinsgutschrift genau CHF100'000.- gespart haben. Wie viel kann er am 1.1.2021 maximal abheben, wenn er am 31.12.2021 nach der Zinsgutschrift wieder CHF100'000.- auf seinem Konto haben möchte?
  - (h) Ika Tsokhim ist am sparen und zahlt vier mal jeweils zu Beginn des Quartals 6'000 Rupie auf ihr Konto. Wie viel hat sie am Ende des Jahres nach der Zinsgutschrift angespart?
  - (i) Ihre Schwester Norla zahlt jeweils Anfang Monate 2'000 Rupie ein. Wie viel hat sie am Ende des Jahres nach der Zinsgutschrift?
  - (j) Und ihr Vater Nuri Tsokhim spart jeweils Ende Monat 2'000 Rupie. Wie viel spart er in einem Jahr mit der Zinsgutschrift?
  - (k) Lisa Salaté hat ein Guthaben von CHF420'000.- geerbt. Sie bezieht davon jeweils am 1. des Monats einen Rentenzustupf von CHF800.-. Wie viel bleibt nach einem Jahr nach der Zinsgutschrift?
  - (l) Wenn Frau Salaté am Ende des Jahres wieder CHF420'000.- auf ihrem Konto möchte, wie viel könnte sie maximal jeweils am 1. des Monats beziehen?
  - (m) Wie viel könnte Frau Salaté jeweils am Ende des Monats beziehen, wenn ihr Guthaben von CHF420'000.- nicht schrumpfen soll?
  - (n) Diego Schnidrig eröffnet am 31.1. ein Konto und macht da seine erste Einlage. Wieviel muss er jeweils Ende Monat einzahlen, dass er Ende Jahr nach der Zinsgutschrift CHF10'000.- gespart hat?

## Lösungen

- (1) 500'500
- (2) (a) 36  
(b) 2'340
- (3) (a) 199  
(b) 995.-  
(c)  $-.05*100, -.1*80, -.2*160, -.5*100, 1.-*80, 2.-*160, 5.-*100$
- (4) (a) CHF21.-  
(b) CHF14.75  
(c) ¥363'900  
(d) ¥363'300  
(e) €2'400  
(f) €119'952  
(g) CHF1'960.75  
(h) 24'300 Rupie  
(i) 24'260 Rupie  
(j) 24'220 Rupie  
(k) CHF418'696.-  
(l) CHF692.45  
(m) CHF693.60  
(n) CHF825.80

28. September 2023