

Proportionnalité

Le quotient de deux quantités $\frac{a}{b}$ est appelé le **rapport** entre a et b . Un rapport est une expression fractionnaire dont la valeur peut être exprimée en décimale.

Les rapports sont souvent utilisés pour établir une base de comparaison commune de différents processus ou différents rendements.

Exemple 1 : Pour comparer la consommation d'essence de différents modèles de voiture, on calcule la consommation d'essence par 100 km.

Véhicule	Distance (km)	Consommation (l)		
La grosse bleue	18'500	1'517		
La petite brune	26'000	2'366		
La quatre portes	32'500	2'340		
La vieille rouillée	12'600	1'323		

a. Calculer, pour chacune de ces voitures, la consommation d'essence par 100 km.

b. Comparer la consommation de chacune des voitures par rapport à la voiture la plus économique.

Remarque : On ne prend pas obligatoirement la plus petite valeur comme unité, tout dépend de l'information que l'on veut mettre en évidence.

Une **proportion** est une égalité de deux rapports :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

La **règle de trois** désigne la procédure de résolution de problèmes pour trouver le terme inconnu d'une proportion dont trois éléments sont donnés. L'étape délicate de la procédure est l'établissement de la proportion car, une fois celle-ci établie, les opérations algébriques à effectuer sont élémentaires.

Exemple 2 : Vous voulez acheter une boîte de vos céréales préférés et deux formats sont offerts : en boîte de 375g ou de 650g. Quel devrait normalement être le prix de la grande boîte, si la petite coûte CHF 4.30.

Un **pourcentage** est un rapport dont le dénominateur est ramené sur 100. Il suffit donc d'exprimer le rapport sous forme décimale et de multiplier le résultat par 100. Ainsi, le rapport $\frac{2}{3}$ est équivalent à $\frac{66.7}{100}$ donc à 66.7%.

Exemple 3 : Durant un mois de promotion, 23'245 voyageurs de la MGB ont reçu un questionnaire dont 13'132 étaient remplis. La compilation des réponses données a permis de déterminer qu'il y avait 5'422 femmes et 7'710 hommes. De plus, 2'788 étaient âgés de 16 à 24 ans et 8'692 avaient plus que 60 ans.

a. Calculer le pourcentage de clients qui ont participé à l'enquête.

b. Donner le pourcentage de femmes qui ont répondu.

c. Quel est le pourcentage des voyageurs dans les classes d'âges mentionnées ?

Les **taux** sont présents dans tous les domaines de la gestion : taux d'intérêt, taux d'escompte, taux de change, taux de croissance... Un taux est avant tout un rapport de deux quantités qui peuvent être de même nature ou de nature différente. Le taux peut s'exprimer en pourcentage ou par un nombre selon les situations.

Exemple 4 Vous avez fait effectuer des réparations sur votre automobile. Le garagiste vous a demandé CHF 210.- pour deux heures et quart de travail. Calculer son taux horaire.

Exemple 5 Vous avez confié votre chaîne stéréo à un atelier de réparation et le taux horaire du technicien est de CHF 80.-. On vous informe que la réparation nécessitera deux heures et demi de travail. Quel sera le coût de la main-d'oeuvre pour cette réparation ?

Exemple 6 Une compagnie a investi un montant de CHF 44'000.- à un taux d'intérêt annuel de 3.5%. Les intérêts sont accumulés avec le capital.

a. Quel est le montant après un an ?

b. Quel est le montant après deux ans ?

c. Quel est le montant après n ans ?

Un **taux de change** est le rapport entre deux monnaies.

Exemple 7 Vous avez organisé un voyage aux États-Unis et vous disposez de CHF 2'500.-. Vous décidez de changer cet argent en US\$. Au bureau de change le taux de la vente est de 0.9127 CHF/\$.

a. Combien recevrez-vous en argent américain ?

b. Au retour de votre voyage, il vous reste US\$ 425.- et le taux de l'achat est maintenant 0.9531 CHF/\$. Combien de francs suisses recevrez-vous ?

Exemple 8 Vous rentrez d'un tour du monde et il vous restent des devises étrangères (€122.-, ¥5318.- et £288.-) que vous souhaitez changer en francs suisses. Vous consultez des page financières sur l'internet et vous trouvez le tableau suivant pour l'achat :

Land	CHF/Währung	Währung/CHF
Australien	0.66507	1.50360
Brasilien	0.17208	5.81125
Euro	1.08213	0.92410
Dänemark	0.14541	6.87711
Grossbritannien	1.19859	0.83431
Hongkong	0.11837	8.44809
Indien	0.01244	80.38585
Japan	0.00864	115.74074
Kanada	0.69689	1.43495
Malaysia	0.22011	4.54318
Mexico	0.04223	23.67985
Neuseeland	0.61051	1.63797
Norwegen	0.10148	9.85416
Philippinen	0.01885	53.05040
Schweden	0.10421	9.59601
Singapur	0.67008	1.49236
Südafrika	0.05438	18.38911
Türkei	0.12263	8.15461
Tschechien	0.0438	22.831
USA	0.91743	1.09000

OANDA currency converter 9.9.2020

Combien de francs suisses recevrez-vous ?

Un **taux de croissance** est le rapport de l'augmentation de valeur par unité de temps sur la valeur initiale

$$\text{Taux de croissance} = \frac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$$

Un **taux de dépréciation** est le rapport de la perte de valeur par unité de temps sur la valeur initiale

$$\text{Taux de dépréciation} = \frac{\text{valeur initiale} - \text{valeur finale}}{\text{valeur initiale}}$$

Exemple 9 Vous avez acheté un ordinateur l'an dernier. Il vous a coûté CHF 2'299.- Aujourd'hui vous l'avez vendu pour CHF 1'050.-. Calculez le taux de dépréciation de cet appareil.

Exercices

- (1) Trouve la valeur manquante dans les proportions ci-après :
- a.) $\frac{x}{12} = \frac{3}{5}$ b.) $\frac{2}{x} = \frac{9}{7}$ c.) $\frac{7}{3x} = \frac{21}{5}$ d.) $\frac{3}{7} = \frac{2x}{5}$
- (2) Tu travailles dans une boutique et tu reçois, en plus de ton salaire, une provision de 0.8% du chiffre d'affaires. Quelle provision reçois-tu avec un chiffre d'affaires de CHF 1'850.- ?
- (3) L'année passée, tu t'es acheté une nouvelle voiture pour €16'500.-. Tu peux maintenant la revendre pour €12'000.-. A combien de pour cents correspond l'amortissement ?
- (4) Ta cravate préférée a été soldée de 25%. Combien dois-tu payer si le prix initial était de €45.99.- ?
- (5) Afin de promouvoir ses produits, une entreprise de chocolat décide d'agrandir ses paquets de 33%, tout en gardant le même prix. Combien de têtes de choco se trouveront dans un paquet de promotion, sachant qu'un paquet normal en contient six ?
- (6) Un étudiant a obtenu les points suivants aux examens du premier semestre (points/points max.) : mathématiques 21/28, français 48/58, anglais 53/64, comptabilité 47/112.
- a. Quelle note obtient-il si l'on utilise une échelle de notes de 1 à 6 ?
 b. Quelle note doit-il faire au deuxième examen, s'il veut avoir au moins un 5 dans chaque branche ?
- (7) La taxation d'une maison correspond à CHF 16.9 pour mille de la valeur fiscale de l'immeuble. La valeur fiscale a été fixée à CHF 92'500.-. A combien s'élèvent les impôts à payer chaque année ?
- (8) En 2016, 5'176 enfants sont nés à Zurich. Calcule le taux de naissances (nombre de naissances par 1'000 habitants), si Zurich comptait 415'682 habitants cette année-là.
- (9) Dans un voyage d'affaires aux Etats-Unis, tu as dépensé US\$ 2'650.-. Tu as d'abord changé CHF 1'000.- à un cours de 1.0944 \$/CHF, ensuite CHF 1'000.- à un cours de 1.1012 \$/CHF et finalement de nouveau CHF 1'000.- à un cours de 1.1107 \$/CHF. De retour, tu veux changer les US\$ restants en CHF. La banque indique les cours de devises suivants pour le US\$:
- Achat : 0.8663 Vente : 0.9142
- a. Combien de CHF te reste-t-il ?
 b. Combien, en moyenne, as-tu payé pour un US\$?
- (10) Un installateur sanitaire te demande CHF 73.50 pour ses travaux, qui ont duré $1\frac{3}{4}$ h.
- a. Combien aurais-tu dû payer s'il n'avait travaillé que $\frac{3}{4}$ h ?
 b. Ton ami a payé CHF 94.50 au même taux horaire. Combien de temps les travaux ont-ils duré chez lui ?
- (11) Ta participation au chiffre d'affaires de 1.1% équivalait à CHF 2'850.-. Mais en réalité, la participation était fixée à 1.5 %.

- a. Combien ton employeur te doit-il encore ?
b. Ton objectif pour le mois prochain est d'obtenir une provision de CHF 4'000.-. Quel chiffre d'affaires dois-tu réaliser ?
- (12) Pendant la première année après tes études, tu gagnes CHF 64'200.-. Dans la deuxième année, ton salaire sera augmenté à CHF 68'800.-.
- a. A combien de pour cents correspond ton augmentation après la première année ?
b. Combien gagneras-tu en troisième année, si le salaire est augmenté du même pourcentage ?
- (13) Tu amortis ta voiture, que tu as achetée pour €16'500.-, chaque année de 12% de la valeur résiduelle.
- a. Quelle est la valeur après une année ?
b. Quelle est la valeur après deux ans ?
c. Quelle est la valeur après cinq ans ?
- (14) Tu dois commander une pièce de rechange au Mexique pour 2'500 pesos. Le taux de change est de 0.1103 CHF/peso. Combien de CHF cette pièce coûte-t-elle ?
- (15) Sur l'autoroute de Châtel-St. Denis en direction de Vevey, il y a un panneau qui indique une pente de 6%. Que cela signifie-t-il par rapport aux distances ?
- (16) Tu t'achètes une paire de gants dans un magasin de sport pour CHF 100.- (TVA comprise). De combien est la part de la taxe, si la TVA correspond à 7.7% ? (Attention !)
- (17) Au supermarché, il y a différents savons dans différents emballages à différents prix. Le premier pèse 388g et coûte CHF 4.-, le deuxième pèse 555g et coûte CHF 5.35 et le troisième pèse 400g et coûte CHF 4.20.
- a. Quel est le prix par 100g pour chacun de ces produits ?
b. Combien de savon reçois-tu par CHF ?
c. Indiquer la différence de prix relative en pour cents.
- (18) Tu fais un tour en vélo de 45km. Après 1h15, tu as fait 25km. Combien de temps te faut-il encore, si tu continues à la même vitesse ?
- (19) Chez nous, la consommation d'essence d'une voiture est indiquée en $\ell/100\text{ km}$. Aux Etats-Unis, on mesure les miles qu'on peut parcourir avec un gallon. Un gallon correspond à 3.78609 ℓ et un mile à 1.60934 km .
- a. Combien de miles ta voiture avance-t-elle avec un gallon, si elle consomme 6 $\ell/100\text{ km}$?
b. La voiture de ton copain fait 12 *miles/gal*. Combien de litres consomme-t-elle par 100 km ?

Solutions

- (1) a. 7.2 b. 1.55 c. 0.55 d. 1.07
- (2) CHF 14.8
- (3) 27.27%
- (4) €34.49
- (5) 8
- (6) a. Mathématiques 4.75, français 5.14, anglais 5.14, comptabilité 3.10
b. Mathématiques 5.25, français 4.86, anglais 4.86, en comptabilité ce n'est pas possible
- (7) CHF 1'563.25
- (8) 12.45 naissances par mille habitants
- (9) a. Il reste \$ 656.30, ce sont CHF 568.55
b. On à utiliser \$ 2650.- respectivement CHF 2431.45. En moyen on à donc payer 0.9175 CHF/\$
- (10) a. CHF 31.5
b. $2\frac{1}{4}$ h
- (11) a. CHF 1036.36
b. CHF 266'666.6
- (12) a. 7.165%
b. CHF 73'729.6
- (13) a. € 14'520.- b. €12777.6 c. € 8'707.6
- (14) CHF 275.75
- (15) 6m/100m
- (16) CHF 7.15
- (17) a. CHF 1.03 CHF 0.96 CHF 1.05
b. 97g 103.7g 95.24g
c. 107% 100% 109%
- (18) 1 h
- (19) a. 39.21 miles/gal
b. 19.6 l/100 km

28 septembre 2023