

Proportionalität

Der Quotient zweier Mengen $\frac{a}{b}$ wird als **Verhältnis** zwischen a und b . bezeichnet. Ein Verhältnis ist ein Bruchausdruck, dessen Wert in Dezimalen ausgedrückt werden kann.

Beispiel 1: Um den Benzinverbrauch verschiedener Automodelle zu vergleichen, wird der Benzinverbrauch pro 100 km berechnet.

Fahrzeug	Distanz (km)	Verbrauch (l)		
die rote Büchse	18'500	1'517		
das kleine blaue	26'000	2'366		
der weisse Zweitürer	32'500	2'340		
die Rostbenne	12'600	1'323		

a. Berechnen Sie für jedes dieser vier Fahrzeuge den Benzinverbrauch pro 100 km.

b. Vergleichen Sie den Benzinverbrauch dieser Autos mit demjenigen des sparsamsten Autos.

Bemerkung: Als Einheit wird nicht unbedingt der kleinste Wert gewählt. Alles hängt davon ab, worauf Gewicht gelegt wird.

Eine **Proportion** ist eine Übereinstimmung zweier Verhältnisse:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Verhältnisse werden oft verwendet, um eine Vergleichsbasis für verschiedene Prozesse oder Leistungen zu bilden.

Als **Dreisatz** bezeichnet man das Lösungsverfahren, mit dem man einen Fehlenden Ausdruck einer Proportionalität berechnet. Die Schwierigkeit besteht darin, die Proportion aufzustellen. Die anschliessenden algebraischen Operationen sind elementar.

Beispiel 2: Sie wollen eine Packung Ihrer bevorzugten Frühstücksflocken kaufen. Zwei Grössen stehen zur Verfügung: eine Packung zu 375g und eine Packung zu 650g. Wie viel sollte die grosse Packung kosten, wenn die kleine CHF 4.30 kostet?

Ein **Prozentzahl** ist ein Verhältnis, dessen Nenner sich auf 100 bezieht. Das Verhältnis kann somit in Dezimalschreibweise ausgedrückt und das Resultat mit 100 multipliziert werden. Das Verhältnis $\frac{2}{3}$ entspricht $\frac{66.\bar{6}}{100}$ und wird $66.\bar{6}\%$ geschrieben. $\frac{2}{3}$ und $66.\bar{6}\%$ sind also das selbe!

Beispiel 3: Vor ein paar Jahren holte die MGB mit einem Fragebogen Informationen zum Kundenverhalten ein. 23'245 Fragebogen wurden verteilt, 13'132 kamen ausgefüllt zurück. Die Auswertung ergab, dass 5'422 Frauen und 7'710 Männer teilnahmen. 2'788 Personen waren zwischen 16 und 24 Jahre alt und 8'692 waren über 60-jährig.

a. Berechnen Sie die Rücklaufquote, d.h. den Anteil der Kunden (in %), die an der Umfrage teilgenommen haben.

b. Wie hoch war der Anteil der Frauen, die den Fragebogen ausgefüllt haben?

c. Wie hoch war der Anteil der Reisenden in den oben erwähnten Altersklassen?

Sätze und Raten werden überall in der Verwaltung verwendet: Zinssatz, Diskontsatz, Wachstumsraten und auch Wechselkurse fallen darunter. Dabei handelt es sich um das Verhältnis zweier Mengen, die verschiedener oder gleicher Natur sein können. Sätze und Raten werden je nach Situation in Prozenten oder in Dezimalzahlen ausgedrückt.

Beispiel 4 Sie haben an Ihrem Auto Reparaturen durchführen lassen. Der Garagist verlangt CHF 210.- für zweieinviertel Stunden Arbeit. Berechnen Sie seinen Stundensatz.

Beispiel 5 Sie wollen Ihre Stereoanlage reparieren lassen. Der Stundensatz des Technikers beträgt CHF 80.-. Sie werden darüber informiert, dass die Reparatur zweieinhalb Stunden dauern wird. Wie viel müssen Sie für die Reparatur bezahlen?

Beispiel 6 Eine Firma hat CHF 44'000.- zu einem jährlichen Zinssatz von 3.5% investiert. Der Zins wird dem Guthaben beigefügt.

a. Wie hoch ist der Betrag nach einem Jahr?

b. Wie hoch ist der Betrag nach zwei Jahren?

c. Wie hoch ist der Betrag nach n Jahren?

Ein **Wechselkurs** ist das Verhältnis zwischen zwei Währungen.

Beispiel 7 Sie haben eine Reise in die USA geplant und verfügen über CHF 2'500.-. Sie wollen dieses Geld in US\$ umwechseln. Der Kurs (Verkauf) in der Wechselstube beträgt 0.9127 CHF/US\$.

a. Wie viele US Dollars erhalten Sie?

b. Nach Ihrer Rückkehr bleiben Ihnen US\$ 425.- und der Kurs (Ankauf) beträgt jetzt 0.9531 CHF/US\$. Wie viele Schweizer Franken erhalten Sie?

Beispiel 8 Sie kehren von einer Weltreise zurück und haben noch ausländische Devisen (€122.-, ¥5318.- und £288.-), die Sie in Schweizer Franken umwechseln möchten. Auf dem Internet findet man für den Ankauf:

Land	CHF/Währung	Währung/CHF
Australien	0.66507	1.50360
Brasilien	0.17208	5.81125
Euro	1.08213	0.92410
Dänemark	0.14541	6.87711
Grossbritannien	1.19859	0.83431
Hongkong	0.11837	8.44809
Indien	0.01244	80.38585
Japan	0.00864	115.74074
Kanada	0.69689	1.43495
Malaysia	0.22011	4.54318
Mexico	0.04223	23.67985
Neuseeland	0.61051	1.63797
Norwegen	0.10148	9.85416
Philippinen	0.01885	53.05040
Schweden	0.10421	9.59601
Singapur	0.67008	1.49236
Südafrika	0.05438	18.38911
Türkei	0.12263	8.15461
Tschechien	0.0438	22.831
USA	0.91743	1.09000

OANDA currency converter 9.9.2020

Wie viele Schweizer Franken erhalten Sie?

Die **Wachstumsrate** ist das Verhältnis des Wertanstiegs pro Zeiteinheit im Vergleich zum Ausgangswert.

$$\text{Wachstumsrate} = \frac{\text{Endwert} - \text{Ausgangswert}}{\text{Ausgangswert}}$$

Die **Abschreibungsrate** ist das Verhältnis des Wertverlusts pro Zeiteinheit im Vergleich zum Ausgangswert.

$$\text{Abschreibungsrate} = \frac{\text{Ausgangswert} - \text{Endwert}}{\text{Ausgangswert}}$$

Beispiel 9 Letztes Jahr haben Sie einen Computer für CHF 2'299.- gekauft. Heute haben Sie ihn für CHF 1'050.- verkauft. Berechnen Sie die Abschreibung des Geräts.

Übungen

- (1) Finde in den folgenden Proportionen die Fehlende Grösse:
 a.) $\frac{x}{12} = \frac{3}{5}$ b.) $\frac{2}{x} = \frac{9}{7}$ c.) $\frac{7}{3x} = \frac{21}{5}$ d.) $\frac{3}{7} = \frac{2x}{5}$
- (2) Du arbeitest in einer Boutique, die dir neben dem Lohn eine Provision von 0.8% des Umsatzes auszahlt. Wieviel Provision erwartest du, wenn der Umsatz CHF 1'850.- war?
- (3) Du hast letztes Jahr für €16'500.- einen neuen Wagen gekauft. Heute kannst du ihn für €12'000.- verkaufen. Wieviel Prozent musst du abschreiben?
- (4) Im Ausverkauf ist deine Lieblings Cravatte 25% reduziert. Wieviel musst du nun bezahlen, wenn der Preis €45.99.- war?
- (5) Zur Promotion ihrer Produkte beschliesst eine Schokoladefirma, die Packungen bei gleichem Preis um 33% zu vergrössern. Wieviele Mohrenköpfe werden in der Promotionspackung sein, wenn normalerweise 6 Stück darin sind?
- (6) Ein Student hat in den ersten Prüfungen des Semesters folgende Punkte gemacht (Punkte/max Punkte): Math 21/28, Franz 48/58, Englisch 53/64 und in Buchhaltung 47/112.
 a. Welche Noten gibt das in der üblichen Notenskala 1-6?
 b. Was für eine Note muss er in der zweiten Prüfung erreichen, wenn er in jedem Fach mindestens eine 5 im Zeugnis haben möchte?
- (7) Die Besteuerung eines Wohnhauses ist CHF 16.9 pro Tausend des Steuerwertes der Liegenschaft. Dieser wurde mit CHF 92'500.- festgelegt. Wieviel muss jährlich dem Fiskus abgegeben werden?
- (8) 2016 kamen in Zürich 5176 Kinder zur Welt. Berechne die Geburtenrate (Anzahl Geburten pro 1000 Einwohner), wenn Zürich in diesem Jahr 415'682 Einwohner zählte.
- (9) Auf einer Geschäftsreise in die USA brauchtest du US\$ 2'650.-. Die ersten CHF 1'000.- hast du bei einem Kurs von 1.0944 \$/CHF gewechselt, die zweiten CHF 1'000.- bei 1.1012 \$/CHF und die dritte Tausendernote bei einem Kurs von 1.1107 \$/CHF. Heute wechselst du die bleibenden US\$ in CHF. Bei der Bank sind folgende Notenkurse für den US\$ angeschrieben:
 Ankauf: 0.8663 Verkauf: 0.9142
 a. Wieviel CHF bleiben dir?
 b. Wieviel hast du im Mittel für einen US\$ bezahlt?
- (10) Ein Sanitär verrechnet dir CHF 73.50 für seine Arbeiten, die $1\frac{3}{4}$ h dauerten.
 a. Wieviel hättest du zu bezahlen, wenn er nur $\frac{3}{4}$ h gebraucht hätte?
 b. Dein Freund bezahlte CHF 94.50 beim gleichen Stundensatz. Wie lange dauerten die Arbeiten bei ihm?
- (11) Deine Umsatzbeteiligung von 1.1% betrug CHF 2'850.-. Doch eigentlich waren 1.5 % abgemacht.
 a. Wieviel muss dir dein Arbeitgeber nachzahlen?
 b. Dein Ziel für den nächsten Monat ist eine Provision von CHF 4'000.-. Welchen Umsatz musst du erreichen?
- (12) Im ersten Arbeitsjahr nach deinen Studien verdienst du CHF 64'200.-. Im zweiten wird dein Lohn auf CHF 68'800.- ansteigen.

- a. Wieviel Prozent ist die Lohnerhöhung nach dem ersten Jahr.
b. Wieviel verdienst du im dritten Jahr, wenn der Lohn um gleichviel ansteigen wird?
- (13) Du schreibst deinen Wagen, den du für €16'500.- gekauft hast, jährlich um 12% des Restwertes ab.
- a. Wie gross ist der Wert nach einem Jahr?
b. Wie gross ist der Wert nach zwei Jahren?
c. Wie gross ist der Wert nach 5 Jahren?
- (14) Du musst Ersatzteile in Mexiko bestellen, wo sie 2'500 Pesos kosten. Der Wechselkurs ist 0.1103 CHF/peso. Wieviel CHF kosten diese Ersatzteile?
- (15) Auf der Autobahn von Châtel-St. Denis nach Vevey steht eine Verkehrstafel, die 6% Gefälle anzeigt. Was bedeutet das in Bezug auf Distanzen?
- (16) Im Sportgeschäft kaufst du ein paar Handschuhe für CHF 100.- inklusive MwSt. Wie viel geht davon an den Fiskus, wenn die MwSt 7.7% ist? (Achtung, was heisst 7.7% MwSt?)
- (17) Im Warenhaus findest du verschiedene Seifen zu verschiedenen Packungen und Preisen. Die erste wiegt 388g und kostet CHF 4.-, die zweite 555g und kostet CHF 5.35 und die dritte wiegt 400g bei CHF 4.20.
- a. Wieviel kostet 100g von diesen drei Produkten?
b. Wieviel Seife bekommst du pro CHF?
c. Gib den relativen Preisunterschied in Prozent an.
- (18) Du machst eine Velotour über 45 km. Nach 1h15 bist du 25 km gefahren. Wie lange hast du noch, wenn du mit der gleichen Geschwindigkeit weiter fährst?
- (19) Bei uns gibt man den Benzinkonsum eines Wagens in $\ell/100\text{ km}$ an. In den USA ist man daran interessiert wie viele Meilen man mit einer Gallone Benzin fahren kann. Du weisst, dass eine Gallone 3.78609 ℓ sind und eine Meile 1.60934 km .
- a. Wieviele Meilen fährt dein Wagen mit einer Gallone, wenn er 6 $\ell/100\text{ km}$ konsumiert?
b. Der Wagen deines Freundes fährt 12 miles/gal , wieviel Liter braucht er auf 100 km ?

Lösungen

- (1) a. 7.2 b. 1.55 c. 0.55 d. 1.07
- (2) CHF 14.8
- (3) 27.27%
- (4) €34.49
- (5) 8
- (6) a. Math 4.75, Franz 5.14, Englisch 5.14, Buchhaltung 3.10
b. Math 5.25, Franz 4.86, Englisch 4.86, Buchhaltung nicht möglich
- (7) CHF 1'563.25
- (8) 12.45 Geburten pro Tausend Einwohner
- (9) a. Es bleiben \$ 656.30, das sind CHF 568.55
b. Man brauchte \$ 2650.- beziehungsweise CHF 2431.45. Im Mittel hat man CHF 0.9175 / \$ bezahlt.
- (10) a. CHF 31.5
b. $2\frac{1}{4}$ h
- (11) a. CHF 1036.36
b. CHF 266'666.6
- (12) a. 7.165%
b. CHF 73'729.6
- (13) a. € 14'520.- b. € 12777.6 c. € 8'707.6
- (14) CHF 275.75
- (15) 6m/100m
- (16) CHF 7.15
- (17) a. CHF 1.03 CHF 0.96 CHF 1.05
b. 97g 103.7g 95.24g
c. 107% 100% 109%
- (18) 1 h
- (19) a. 39.21 miles/gal
b. 19.6 l/100 km

28. September 2023